УДК 004.021

АЛГОРИТМЫ СЛЕДОВАНИЯ ПО ПРЕДПОЛАГАЕМЫМ ТРАЕКТОРИЯМ ОТ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЯ ДО ДИНАМИЧЕСКОЙ ЦЕЛИ

FOLLOW-UP ALGORITHMS FOR THE SUGGESTED TRAJECTORIES FROM A PURCHASER TO A DYNAMIC GOAL

А. А. Дубанов[1], Т. В. Аюшеев[2]

[1]Бурятский Государственный Университет, Улан-Удэ, Российская Федерация

[2]Восточно-Сибирский Государственный Университет Технологий и Управления, Улан-Удэ, Российская Федерация

A. A. Dubanov, T. V. Ausheev

1Buriat State University, Ulan-Ude, Russian Federation

2 East Siberian State University of Technology and Management, Ulan-Ude, Russian Federation

Аннотация –

Ключевые слова **– преследование, уклонение, убегание, моделирование**

DOI: ***устанавливается издательством***

I. Введение

В данной статье используются теоретические положения задачи преследования, изложенные в работах Р. Айзекса [1], Л.С. Понтрягина [2], Н.Н. Красовского, А.И. Субботина [3]. Также используются результаты, полученные в работах Ю.Н. Желнина [4], С.В. Бурдакова, П.А. Сизова [5], Э.Н. Симаковой [6].

В данной статье приводится описание алгоритмов, в которых в каждый момент времени моделируется траектория предполагаемого движения от преследователя к цели. В ранее рассматриваемых моделях адаптивного поведения, преследователь и цель анализировали координаты оппонента по игре и принимали в автоматическом режиме решение о направлении движения. То в моделях, описываемых в данной статье, поведение преследователя определяется расположением точки пересечения окружности радиуса равным дискретному шагу цели и предполагаемой смоделированной траектории в данный момент времени

II. Постановка задачи

III. Теория

Рассмотрим задачу моделирования траектории преследователя. Траектория преследователя должна выходить из точки P со значением скорости V_P и настигнуть цель в точке T.

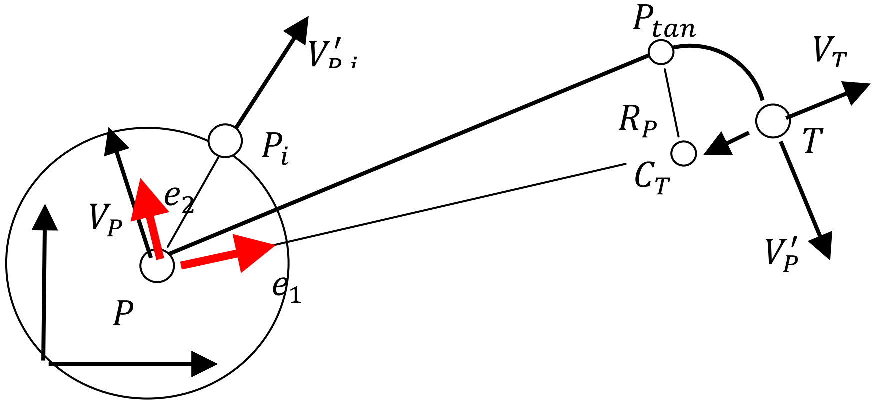

Рис. 5.1 Предполагаемая траектория следования преследователя

Причем, траектория должна быть сконструирована таким образом, чтобы она зашла в точку T сонаправленно вектору V_P' (Рис. 5.1). Предполагаемая траектория движения состоит из двух частей. Из прямолинейного отрезка, соединяющего точки P и P_{tan}, и из дуги $\overset{\frown}{T, P_{tan}}$ радиуса R_p.

Ограничение нашей моделируемой траектории заключается в том, радиус кривизны не может быть меньше величины R_p. Угол входа преследователя в точку T определяется вектором скорости V_P'. Направление данного вектора в нашей тестовой программе выбрано такое, что вектор скорости преследователя V_P' перпендикулярен вектору скорости цели V_T. Центр окружности, которая отвечает заданным условиям, вычисляется так: $C_T = T + R_P \cdot \left(-\frac{V_T}{|V_T|}\right)$.

Для нахождения точки P_{tan}, которая также является точкой сопряжения прямой (P, P_{tan}) и дуги $\overset{\frown}{T, P_{tan}}$ нами реализована процедура – функция, которая формирует локальную систему координат с центром в точке P и с базисными векторами e_1 и e_2: $e_1 = \frac{C_T - P}{|C_T - P|}$ $\quad e_2 = \begin{bmatrix} -e_{1_y} \\ e_{1_x} \end{bmatrix}$. Базис (e_1, e_2) является ортогональным.

В такой системе координат точка C_T преобразуется к виду: $C_{T.n} = \begin{bmatrix} (C_T - P) \cdot e_1 \\ (C_T - P) \cdot e_1 \end{bmatrix}$. Очевидно, что координаты $C_{T.n}$ будут такими: $C_{T.n} = \begin{bmatrix} |(C_T - P)| \\ 0 \end{bmatrix}$. Пусть модуль вектора $|(C_T - P)|$ будет равен числу C_x (Рис. 5.2), тогда в локальной системе координат (e_1, e_2) с центром в точке P координаты точки сопряжения $P_{tan.n}$ будут удовлетворять системе уравнений: $\begin{matrix} (P_{tan.n} - C_{T.n}) \cdot (P_{tan.n} - C_{T.n}) = R_P^2 \\ (P_{tan.n} - C_{T.n}) \cdot P_{tan.n} = 0 \end{matrix}$.

Данная система уравнений имеет решение: $P_{tan.n} = \begin{bmatrix} \frac{C_x^2 - R_P^2}{C_x} \\ \pm \frac{R_P \cdot \sqrt{(C_x + R_P) \cdot (C_x - R_P)}}{C_x} \end{bmatrix}$. Таково решение в локальной системе координат (e_1, e_2) с центром в точке P.

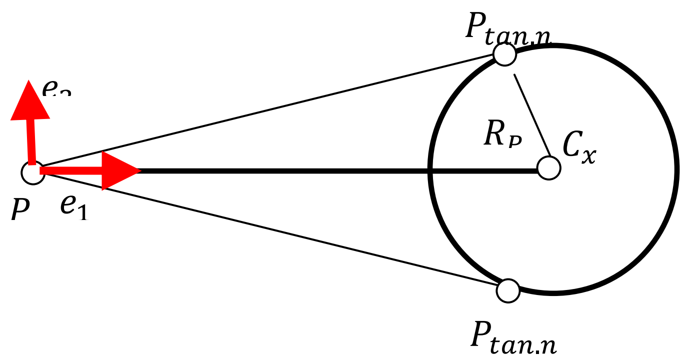

Рис. 5.2 Определение точки сопряжения в локальной системе координат

Для перевода точки $P_{tan.n}$ в мировую систему координат (H_1, H_2) , где $H_1 = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $H_2 = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$, необходимо получить выражения для базиса (H_1, H_2) в базисе (e_1, e_2): $h_1 = \begin{bmatrix}H_1 \cdot e_1\\H_1 \cdot e_2\end{bmatrix}$ $\quad h_2 = \begin{bmatrix}H_2 \cdot e_1\\H_2 \cdot e_2\end{bmatrix}$

Тогда, точка $P_{tan.n}$ в мировой системе координат будет выглядеть так: $P_{tan} = \begin{bmatrix}P_{tan.n} \cdot h_1\\P_{tan.n} \cdot h_2\end{bmatrix} + P$

В нашей тестовой программе, написанной по материалам главы, мы выбрали вариант, соответствующий верхнему положению точки $P_{tan.n}$.

Поскольку, мы рассматриваем квазидискретную модель задачи преследования, то мы вправе ввести период дискретизации ΔT. Откуда, в рамках настоящей модели, имеем, что шаг преследователя за период дискретизации имеет величину $|V_P| \cdot \Delta T$.

Если минимальный радиус кривизны траектории преследователя равен, то будет обоснованным считать, что угловая частота вращения преследователя P на виражах будет равна $\omega_P = \frac{|V_P|}{R_P}$. Угол поворота при выполнении шага итерации не может превышать величины $\omega_P \cdot \Delta T$.

1. *Анализ координат точки касания из динамической системы координат преследователя*

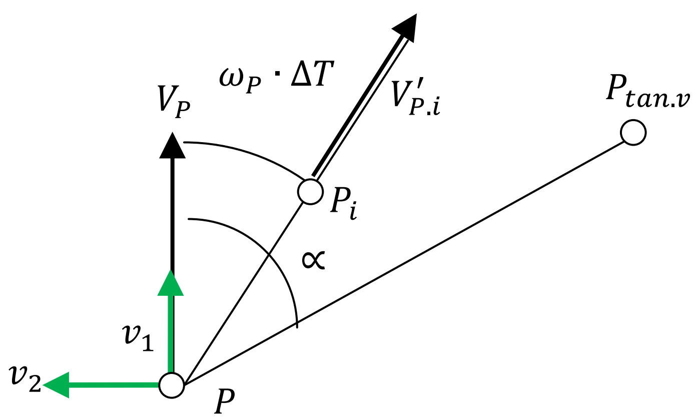

Рис. 5.3 Выбор направления движения преследователем

В нашей квазидискретной модели задачи преследования преследователь имеет целью догнать преследуемый объект, чтобы в момент совпадения координат преследователь имел заданный вектор скорости, при этом минимальный радиус кривизны траектории не был меньше допустимого. Сформируем базис (v_1, v_2) с началом координат в точке P (Рис. 5.3): $v_1 = \frac{V_P}{|V_P|}$ $v_2 = \begin{bmatrix} -v_{1_y} \\ v_{1_x} \end{bmatrix}$. В данную динамическую систему координат, зависящую от скорости преследователя, переведем координаты точки P_{tan}: $P_{tan.v} = \begin{bmatrix} (P_{tan} - P) \cdot v_1 \\ (P_{tan} - P) \cdot v_2 \end{bmatrix}$. Координаты $P_{i.v}$ в системе координат (v_1, v_2) с началом в точке P будут такие:

$$P_{i.v} = \begin{matrix} if\ P_{tan.v_y} \geq 0 & \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix} \\ if\ P_{tan.v_y} < 0 & \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ -|V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Если угол $\propto$ меньше, чем угол $\omega_P \cdot \Delta T$, тогда координаты точки $P_{i.v}$ будут выглядеть иначе:

$$P_{i.v} = \begin{matrix} if\ P_{tan.v_y} \geq 0 & \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix} \\ if\ P_{tan.v_y} < 0 & \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ -|V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Угол $\propto$ - это угол между вектором $P_{tan.v}$ и вектором v_1. Далее, следует перевести координаты $P_{i.v}$ из системы координат (v_1, v_2) мировую. Для этого получим выражения для базиса (H_1, H_2) в базисе (v_1, v_2): $h_{1.v} = \begin{bmatrix} H_1 \cdot v_1 \\ H_1 \cdot v_2 \end{bmatrix}$ $h_{2.v} = \begin{bmatrix} H_2 \cdot v_1 \\ H_2 \cdot v_2 \end{bmatrix}$. Где $H_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $H_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Откуда выражения для точки преследователя P_i на следующем этапе итераций будут такие: $P_i = \begin{bmatrix} P_{i.v} \cdot h_{1.v} \\ P_{i.v} \cdot h_{2.v} \end{bmatrix} + P$. Итак, моделируемая траектория преследователя P_i приближается к прямой линии (P, P_{tan}). Наша моделируемая траектория должна на определенных этапах итерационного процесса приближаться к сегменту дуги $\widetilde{T, P_{tan}}$ (Рис. 5.1)

2. *Анализ координат точек пересечения окружностей*

В этом параграфе мы рассмотрим ситуацию, когда расстояние между преследователем P и центром окружности C_T (Рис. 5.1) меньше минимального радиуса кривизны траектории R_P (Рис. 5.4). На Рис. 5.4 показаны две пересекающихся окружности с радиусами r_P и R_P, с центрами в точках P и C_T, соответственно, где $r_P = \omega_P \cdot \Delta T$, а R_P - минимальный радиус кривизны траектории преследователя. Целью задачи, описанной в данном параграфе, является определение координат точки P_i в мировой системе координат на основе анализа точки P_{int} пересечения окружностей. Точку пересечения окружностей удобно будет получить в системе координат (e_1, e_2) с центром в точке P, как и ранее, считается: $e_1 = \frac{C_T - P}{|C_T - P|}$ $e_2 = \begin{bmatrix} -e_{1_y} \\ e_{1_x} \end{bmatrix}$

В такой системе координат выражения для точки пересечения окружностей $P_{int.n}$:

$$P_{int.n} = \begin{bmatrix} \dfrac{C_X^2 - R_P^2 + r_P^2}{2 \cdot C_X} \\ \pm \dfrac{\sqrt{(C_X + R_P - r_P) \cdot (C_X - R_P + r_P) \cdot (R_P - C_X + r_P) \cdot (R_P + C_X + r_P)}}{2 \cdot C_X} \end{bmatrix}$$

В нашей тестовой программе во внимание принята только верхняя точка (Рис. 5.4) с положительным знаком в локальной системе координат. Переведем координаты $P_{int.n}$ в мировую систему координат: $P_{int} = \begin{bmatrix} P_{int.n} \cdot h_1 \\ P_{int.n} \cdot h_2 \end{bmatrix} + P$. Векторы h_1 и h_2 имеют смысл: $h_1 = \begin{bmatrix} H_1 \cdot e_1 \\ H_1 \cdot e_2 \end{bmatrix}$ $h_2 = \begin{bmatrix} H_2 \cdot e_1 \\ H_2 \cdot e_2 \end{bmatrix}$, где $H_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $H_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

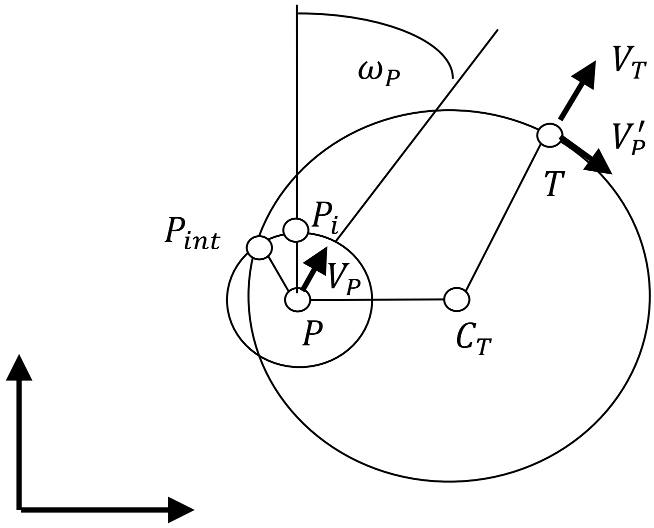

Рис. 5.4 Анализ координат точки пересечения окружностей

Для анализа точки пересечения окружностей, необходимо перейти в систему координат (v_1, v_2) с началом координат в точке P (Рис. 5.5): $v_1 = \frac{V_P}{|V_P|}$ $\quad v_2 = \begin{bmatrix} -v_{1_y} \\ v_{1_x} \end{bmatrix}$.

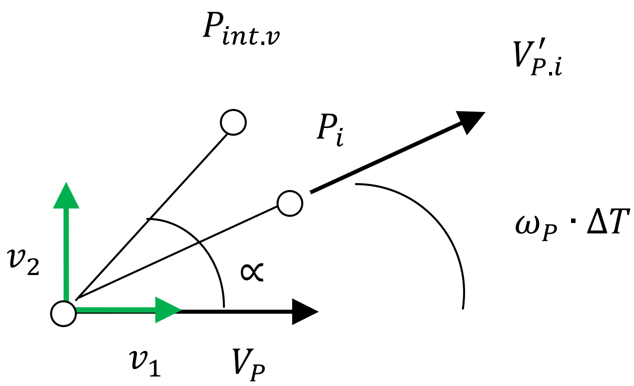

Рис. 5.5 Анализ из системы координат преследователя

В системе координат (v_1, v_2) координаты точки P_{int} выглядят так: $P_{int.v} = \begin{bmatrix} (P_{int} - P) \cdot v_1 \\ (P_{int} - P) \cdot v_2 \end{bmatrix}$.

Координаты $P_{i.v}$ в системе координат (v_1, v_2) с началом в точке P будут такие:

$$P_{i.v} = \begin{matrix} if\ P_{int.v_y} \geq 0 \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix} \\ if\ P_{int.v_y} < 0 \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ -|V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Если угол $\propto$ меньше, чем угол $\omega_P \cdot \Delta T$, тогда координаты точки $P_{i.v}$ будут выглядеть иначе:

$$P_{i.v} = \begin{matrix} if\ P_{int.v_y} \geq 0 \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix} \\ if\ P_{int.v_y} < 0 \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ -|V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Угол $\propto$ - это угол между вектором $P_{int.v}$ и вектором v_1. Далее, следует перевести координаты $P_{i.v}$ из системы координат (v_1, v_2) мировую. Для этого получим выражения для базиса (H_1, H_2) в базисе (v_1, v_2): $h_{1.v} = \begin{bmatrix} H_1 \cdot v_1 \\ H_1 \cdot v_2 \end{bmatrix}$ $h_{2.v} = \begin{bmatrix} H_2 \cdot v_1 \\ H_2 \cdot v_2 \end{bmatrix}$. Где $H_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $H_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Откуда выражения для точки преследователя P_i на следующем этапе итераций будут такие: $P_i = \begin{bmatrix} P_{i.v} \cdot h_{1.v} \\ P_{i.v} \cdot h_{2.v} \end{bmatrix} + P$. Итак, в этом параграфе мы разобрали часть алгоритма, в котором преследователь стремиться выйти на дугу $\overset{\frown}{P_{int}, T}$ (Рис. 5.4).

3. Случай непересекающихся окружностей

Во избежание в нашем алгоритме неизвестных ситуаций, рассмотрим случай, когда $|P - C_P| < R_P - r_p$. В этом случае мы вправе назначить точку P_{int} на оси (P, C_P). На Рис. 5.6 слева от точки P. Если рассматривать из системы координат (e_1, e_2) с центром в точке C_T, то это точка $P_{int.n} = \begin{bmatrix} -R_P \\ 0 \end{bmatrix}$.

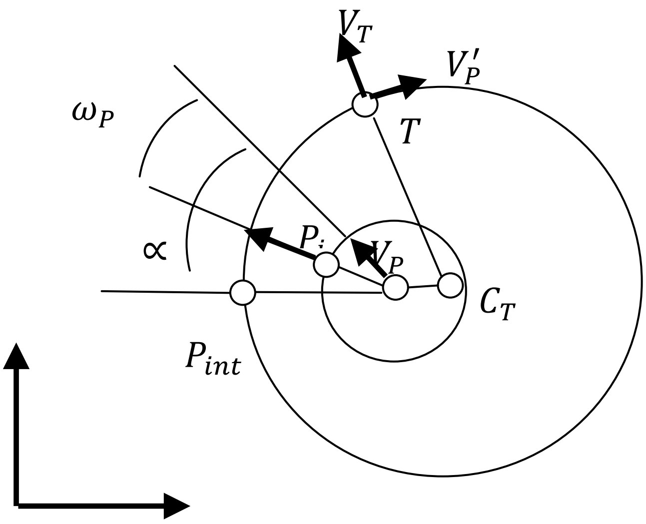

Рис. 5.6 Анализ случая непересекающихся окружностей

Для нас необходимо рассчитать угол $\propto$ между вектором V_P, приложенным к точке P, и вектором $\overrightarrow{P, P_{int}}$.

Если угол $\propto$ меньше, чем угол $\omega_P \cdot \Delta T$, тогда координаты точки $P_{i.v}$ следующего этапа итераций в системе координат (v_1, v_2) с началом в точке P: $P_{i.v} = \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix}$

Если точка T в системе координат (e_1, e_2) с центром в точке C_T, находится в верхней полуплоскости.

Если в нижней, то: $P_{i.v} = -\begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\propto) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\propto) \end{bmatrix}$. Если $\propto$ больше, чем угол $\omega_P \cdot \Delta T$, тогда координаты точки $P_{i.v}$ будут такие: $P_{i.v} = \begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix}$. Если точка T находится в верхней полуплоскости. Если в нижней полуплоскости, то: $P_{i.v} = -\begin{bmatrix} |V_P| \cdot \Delta T \cdot cos(\omega_P \cdot \Delta T) \\ |V_P| \cdot \Delta T \cdot sin(\omega_P \cdot \Delta T) \end{bmatrix}$.

Следует отметить, в процессе моделирования данная ситуация встречалась когда скорость преследователя намного превышала скорость цели. Еще может повлиять низкая угловая скорость преследователя. То есть цель на высокой скорости при большой инертности может попасть в ситуацию, когда $|P - C_P| < R_P - r_p$.