

МОДЕЛЬ МЕТОДА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ
MODEL OF THE METHOD OF PARALLEL APPROXIMATION ON THE SURFACE

А. А. Дубанов¹, Т. В. Аюшеев²

¹Бурятский Государственный Университет, Улан-Удэ, Российская Федерация

²Восточно-Сибирский Государственный Университет Технологий и Управления, Улан-Удэ, Российская Федерация

A. A. Dubanov, T. V. Ausheev

1Buriat State University, Ulan-Ude, Russian Federation

2 East Siberian State University of Technology and Management, Ulan-Ude, Russian Federation

Аннотация – В данной статье рассматривается кинематическая модель задачи преследования, перенесенную с плоскости на поверхность, методом параллельного сближения. Моделирование итерационных процессов в задачах преследования является актуальным с развитием автономных беспилотных объектов. Целью статьи является разработка модели, в которой траектория преследователя есть результат следования прогнозируемым маршрутам в каждый дискретный момент времени. Исследования проводились в системе компьютерной математики MathCAD на поверхности, заданной точечным базисом. Моделировались ситуации с различными исходными состояниями. С подробными результатами в виде анимированных изображений по материалам статьи, программных кодов можно ознакомиться на сайте и канале авторов.

Ключевые слова – цель, преследователь, траектория, сближение, моделирование.

I. ВВЕДЕНИЕ

Ранее, в работах Петросяна Л. О. [1], [2], [3] рассматривался метод параллельного сближения на плоскости, в которых было показано, что данный метод является оптимальным для достижения преследователем маневрирующей цели.

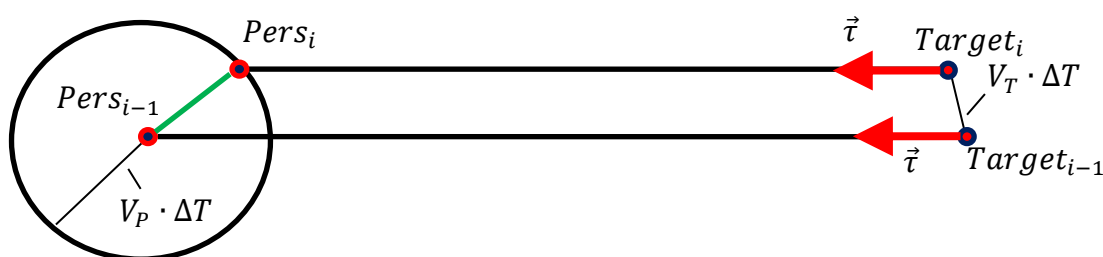


Рис. 1. Итерационная схема параллельного сближения на плоскости

Задачу преследования на плоскости методом параллельного сближения можно интерпретировать так, как показано на рис. 1:

$$\begin{cases} \vec{\tau} = \frac{Target_{i-1} - Pers_{i-1}}{|Target_{i-1} - Pers_{i-1}|} \\ L(\mu) = Target_i + \mu \cdot \vec{\tau} \\ (L(\mu) - Pers_{i-1})^2 = (V_P \cdot \Delta T)^2 \end{cases}$$

Если цель совершает шаг: $Target_i = Target_{i-1} + \vec{V}_T \cdot \Delta T$, то из точки $Target_i$ проводится линия $L(u)$ и ищется ее точка пересечения с окружностью радиуса $V_p \cdot \Delta T$ с центром в точке $Pers_{i-1}$.

В этой статье предлагается модель подобной итерационной схемы, но уже в пространстве на поверхности.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В данной статье рассматривается итерационная модель последовательного расчета точек траектории преследователя методом, который в проекции на горизонтальную плоскость аналогичен методу параллельного сближения.

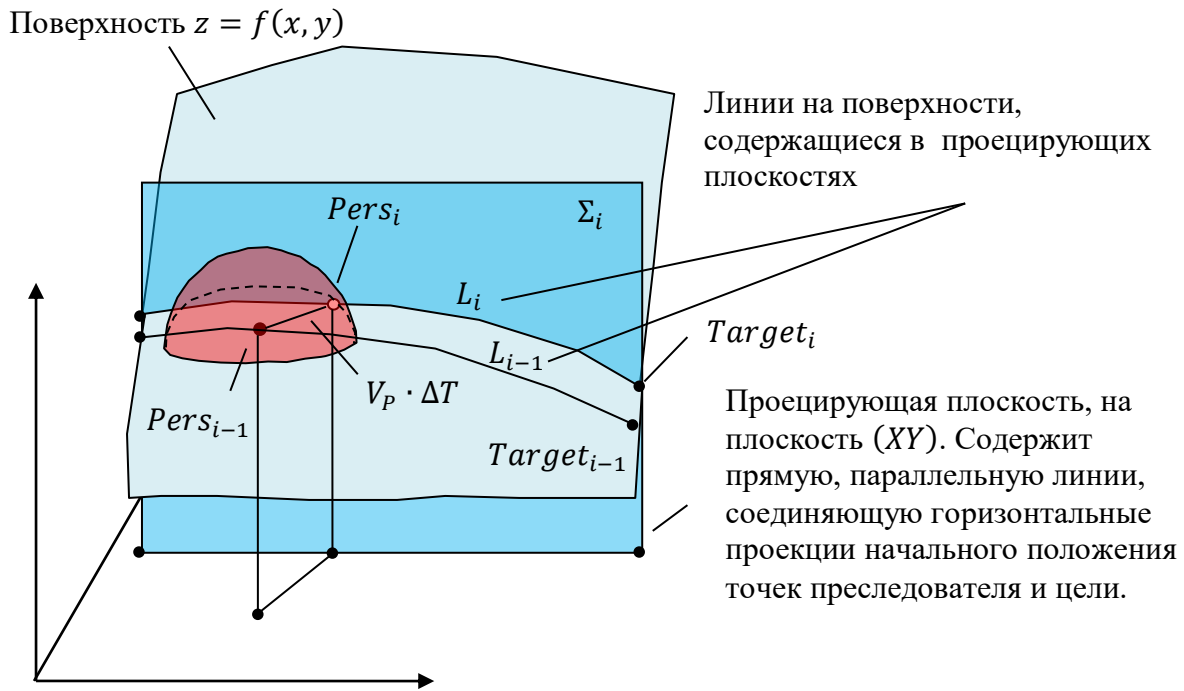


Рис. 2. Расчет следующего шага итерационного процесса

Для расчета следующего шага итераций в точке нахождения преследователя $Pers_{i-1}$ на поверхности $z = f(x, y)$ строится сфера S_{i-1} радиуса $V_p \cdot \Delta T$ (Рис. 2). Затем, ищется точка $Pers_i$ пересечения сферы S_{i-1} с линией L_i , которая является искомой точкой следующего шага. В точке нахождения $Target_i$ цели строится проецирующая плоскость Σ_i , которая является параллельной линии, соединяющей горизонтальные проекции начальных положений точек $Pers_0$ и $Target_0$, преследователя и цели. Линия L_i есть продукт пересечения поверхности $z = f(x, y)$ и плоскости Σ_i .

III. ТЕОРИЯ

1. Траектория цели

Будем считать, что поверхность передвижения преследователя и цели, задана в явном виде $z = f(x, y)$. Вообще, предлагаемая к рассмотрению геометрическая модель, будет работать, когда преследователь и цель будут оказывать взаимное влияние на поведение друг друга. В написанной по материалам статьи программе траектория цели предопределена и задается проекцией на плоскость (XY) в виде функций $x_t(t)$ и $y_t(t)$. Где t - формальный параметр. После обработки проекции получаем уравнение траектории цели:

$$Target(s) = \begin{bmatrix} x_t(t(s)) \\ y_t(t(s)) \\ f(x_t(t(s)), y_t(t(s))) \end{bmatrix}, \text{ где } s - \text{ параметр длины дуги.}$$

Полный дифференциал длины дуги будет таким: $ds^2 = dx_t^2 + dy_t^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_t} \cdot dx_t + \frac{\partial f}{\partial y_t} \cdot dy_t\right)^2$. Откуда мы приходим к дифференциальному уравнению:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{\sqrt{\frac{dx_t^2}{dt} + \frac{dy_t^2}{dt} + \left(\frac{\partial f}{\partial x_t} \cdot \frac{dx_t}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y_t} \cdot \frac{dy_t}{dt}\right)^2}}$$

Данное уравнение в тестовой программе мы решаем методом Рунге-Кутты 4 порядка с начальными условиями $t(0) = 0$. В результате решения мы получили функциональную зависимость $t = t(s)$. Если скорость движения цели по поверхности постоянна и равна по модулю V_T , то можно перейти к параметру времени: $s = V_T \cdot T$.

Шаг цели в нашей итерационной модели будет таким:

$$Target_i = Target_{i-1} + \frac{dTarget(s)}{ds} \cdot V_T \cdot \Delta T.$$

2. Итерационный процесс расчета точек траектории преследователя

Ход решения данного итерационного процесса определяется начальным положением точек преследователя и цели. Рассмотрим начальное положение точек преследователя и цели, $Pers_0$ и $Target_0$ (Рис. 3). Их проекции на плоскость (XY) будут $Pers_{XY_0}$ и $Target_{XY_0}$.

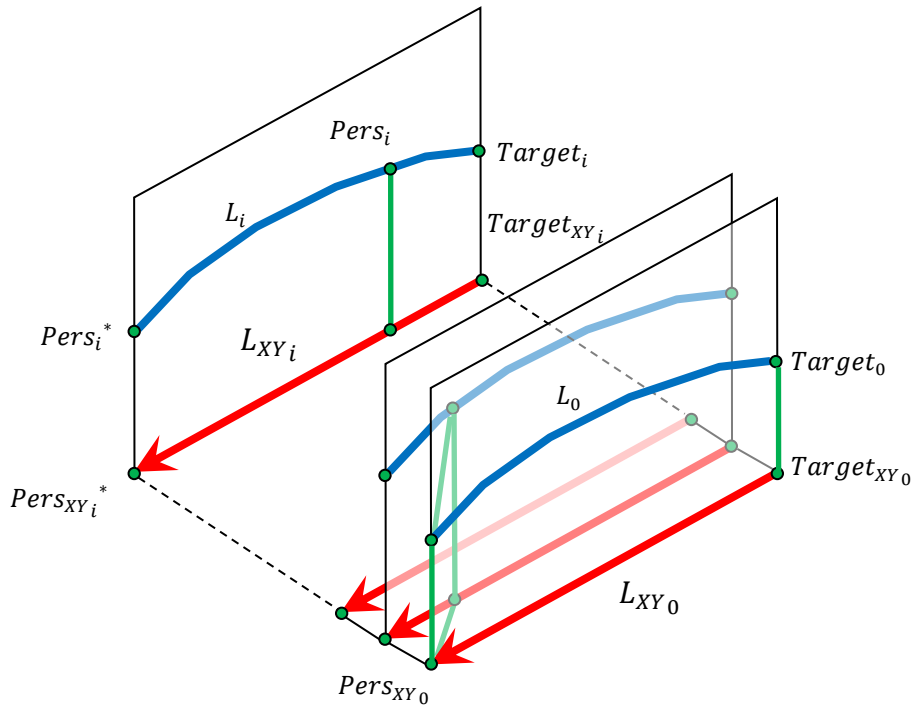


Рис. 3. Множество проецирующих плоскостей

На плоскости (XY) сформируем вектор $\tau = Pers_{XY_0} - Target_{XY_0}$. Где $Pers_{XY_0}$ и $Target_{XY_0}$ горизонтальные проекции точек $Pers_0$ и $Target_0$ начального положения. Если координаты точки $Target_i$ известны, то известна и ее горизонтальная проекция $Target_{XY_i}$. От каждой проекции $Target_{XY_i}$ отложим вектор τ для получения точки $Pers_{XY_i}^*$. Далее, на плоскости (XY) формируется параметрическая прямая $L_{XY_i}(\gamma) = (1 - \gamma) \cdot Target_{XY_i} + \gamma \cdot Pers_{XY_i}^*$. Прямую $L_{XY_i}(\gamma)$ на плоскости (XY) можно разложить по

координатам $L_{XY_i}(\gamma) = \begin{bmatrix} L_{X_i}(\gamma) \\ L_{Y_i}(\gamma) \end{bmatrix}$. Откуда мы получим параметрическое уравнение линии

$$L_i(\gamma) = \begin{bmatrix} L_{X_i}(\gamma) \\ L_{Y_i}(\gamma) \\ f(L_{X_i}(\gamma), L_{Y_i}(\gamma)) \end{bmatrix} \text{ на поверхности } z = f(x, y).$$

Чтобы получить координаты следующего шага итерации $Pers_i$, необходимо в ранее вычисленной точке $Pers_{i-1}$ построить сферу с радиусом $V_p \cdot \Delta T$. Где V_p модуль скорости, ΔT - период дискретизации по времени.

Для решения уравнения $|L_i(\gamma) - Pers_{i-1}| = V_p \cdot \Delta T$ относительно параметра γ используются встроенные средства систем компьютерной математики. В нашей тестовой программе для решения использовался метод Мюллера. Найденное значение γ подставляем в уравнение линии $L_i(\gamma)$, $Pers_i = L_i(\gamma)$. Это значение и будет искомой точкой следующего шага нашего итерационного процесса.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

По материалам статьи была написана тестовая программа, которая последовательно рассчитывает точки траектории движения преследователя (Рис. 4). Полный текст программы с комментариями расположен на ресурсе [4].

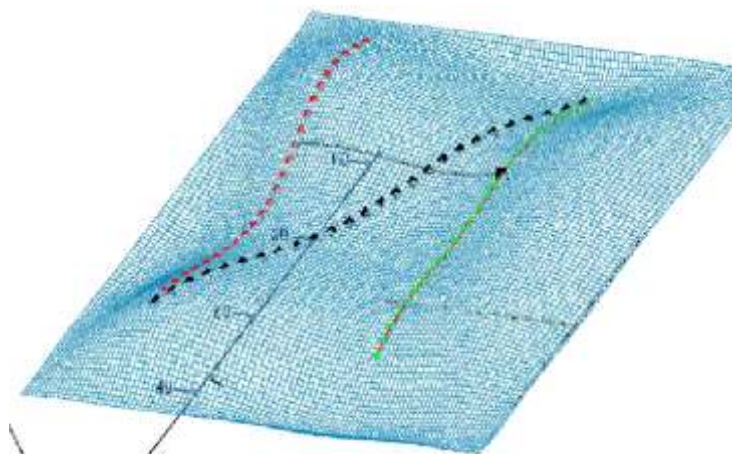


Рис.4 Проекция прямой линии на поверхность

На рис. 4 показаны множество точек траектории цели $\{Target_i\}$, множество точек $\{Pers_i^*\}$ и одна из линий, соединяющих точки $\{Target_i\}$ и $\{Pers_i^*\}$.

Рис. 4 дополнен ссылкой на анимированное изображение [5].

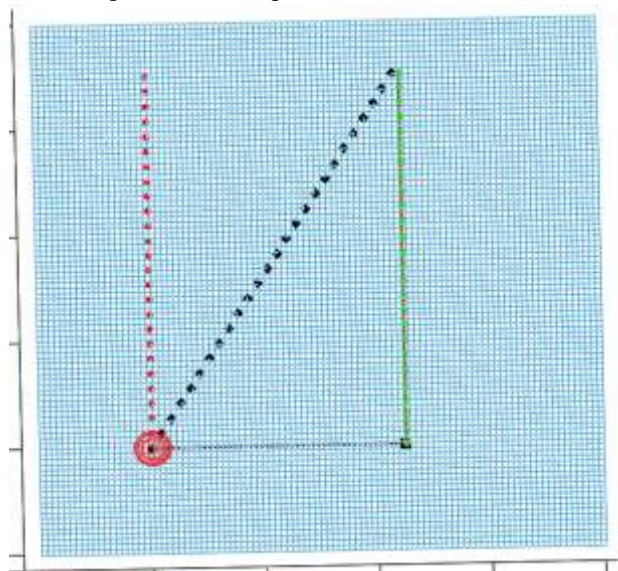


Рис. 5 Сфера на поверхности

Каждая из точек траектории преследователя есть продукт пересечения сферы радиуса $V_p \cdot \Delta T$ с центром в месте предыдущего положения преследователя. На рис. 5 изображена одна сфера. Из рисунка видно, сфера проходит через точку следующего шага траектории.

Рис. 5 дополнен ссылкой на анимированное изображение [6].

V. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Метод параллельного сближения в задачах преследования на плоскости и пространстве имеет множество практических реализаций. Хотелось бы реализовать аналог метода преследования на поверхностях. Отметим, что цель и преследователь могут находиться на разных поверхностях. Поверхность преследователя может являться эквидистантой к поверхности цели или близкой к этому. При таком преследовании встают вопросы о прямой видимости цели, об ее возможности скрыться в «складках местности». Нашей целью являлась разработка модели, которая бы пригодилась разработчикам автономных робототехнических комплексов с элементами искусственного интеллекта.

VI. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Список литературы указывается отдельным нумерованным разделом.

При сравнении полученных авторами теоретических и экспериментальных результатов с результатами работ, выполненных ранее, необходимо ссылаться на источник, где эти результаты были описаны [1, 2]. Нумерация источников производится в порядке цитирования и указывается в квадратных скобках.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант...

Научный руководитель...

Автор благодарит...

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакут П.А., Жулина Ю.В., Иванчук Н.А. Обнаружение движущихся объектов / Под ред. П.А. Бакута. М.: Сов. радио, 1980. 288 с.
2. Khludnev A. M., Kovtunenکو V. A. Analysis of cracks in solids. Southampton. Boston: WIT Press, 2000. 120 p.
3. Реутов С., Сафронов Е. Комплектные поставки орудий труда как средство создания системы машин // Вопросы Экономики. 1985. № 1. С. 57-67.
4. Khludnev A. M., Kovtunenکو V. A. Analysis of cracks in solids. Southampton // Eur. J. 2017. Vol. 2. Pp. 1-3.